

**BOER VERLAGSSERVICE**

PROBESEITEN

mit verschiedenen Satzschwierigkeiten

daß hinter ἑξακισμύρια καὶ nach einem Spatium der Ausdehnung von 1–2 Buchstaben – vgl. unmittelbar vor (δην.) ἑξακισμύρια – und evtl. dem wiederholten Denarzeichen eine weitere Zahl stand: ἑξακισχίλια. Das Stiftungskapital betrug demnach 66 000 Denare. Zur Interpretation dieser Summe s. u.

Wovon die Infinitivkonstruktion abhängig ist, muß offen bleiben. Man kann sich etwa folgende Ausführung des ganzen Absatzes denken:

- [E.g: χωρὶς δὲ τῶν προγεγραμμένων ἀνεσις ἔστω ἀτελείας πάντων τῶν ἀπὸ τῆς ξένης]
- B** [ἐπὶ τῷ πωλεῖσθαι εἰς Καῦνον ἰσφερ]ομένων ὁ[τ]ουδηποτεοῦν κα[ι] κ[α]τὰ [γ]ῆν καὶ κατὰ [θάλασσαν, διὰ τὸ Μηνοφάνην Ἄγρε]οφῶντος vac. τοῦ Μηνοφάνους β' τοῦ Ἐστιαίου Καῦνον [καὶ Μενέστρατον Μηνοφάνους τ]οῦ Ἄγρεο[φ]ῶντος τοῦ Μηνοφάνους β' τοῦ Ἐστιαίου Καῦ- [νιον ἐκ τῶν ἰδίων χρημάτων ἐκά]στου vac. δεδωκέναι ὑπὲρ τῆς τῶν ἰσαγομένων ἀτελεί-  
5 [ας, καθὼς διὰ τῆς γεγυνοῦσας ἐπ]ανγγελίας δηλοῦται, ἀργυρίου vac. (δην.) ἑξακισμύρια καὶ [vac.] ἑξα- [κισχίλια· vacat

A 13: ἀνεσις ἔστω ἀτελείας vgl. C 8 f.

B 2 ff.: Zur Infinitivkonstruktion διὰ τὸ τὸν δεῖνα δεδωκέναι vgl. etwa: δι[ὰ τὸ] | [τ]ὸν ἱερῆ καὶ τὸν νεωκ[ό]ρον μὴ οἴεσθ[αι] | [δε]ῖν εἶναι ὑμῖν ἰσοτελεῖς (I. Labraunda Nr. 43, Z. 5 ff.); διὰ τὸ μηδένα θελήσαι ὑπομείναι τὴν ἱερωσύνην (I. Stratonikeia Nr. 311, Z. 7 [Panamara]); διὰ τὸ ὑπερβαλλόντως αὐτοὺς τὴν πρὸς ἀλλήλους φιλονικίαν ἐνεστάσθαι (I. Magnesia Nr. 105, Z. 8). τῶν ἰδίων ἐκάστου I. Mylasa Nr. 102, Z. 16.

Zur Zahlenreihe Z. 5 f. vgl. die Opramoasinschrift (Kokkinia, 2000) V H, Z. 7 u. a.

Zu δεδωκέναι ὑπὲρ s. Wörrle, in: Borchardt (Hrsg.), Myra, 1975, 290 Anm. 733 mit Lit.

#### B 6–10

In den hier erkennbaren Klauseln handelt es sich um Sonderfälle, die gemäß dem Zollgesetz (*demosionikos nomos*) bzw. zuvor gültiger Regel zu handhaben sind. Sie beziehen sich auf:

- (1) Sklavenverkauf ins Ausland (B 6 f.)
- (2) Salzeinfuhr bzw. Einfuhr eines unbekanntes Artikels, der gemäß der ἀλικὴ ὠνή behandelt wird. (B 7 f.)
- (3) Mitgeführte Ware «für den Eigenbedarf» (B 9 f.)

(1) Da die Generalklausel auf Export sowieso Zollpflicht festsetzte, muß es beim Sklavenexport nicht nur um Zollpflichtigkeit, sondern um eine Besonderheit gehen, am ehesten einen durch das Gesetz definierten Tarif, der nicht generell *ad valorem* bemessen war. Damit stehen Klauseln in anderen Zolldokumenten in Einklang. Sklaven gehören im Zolltarif von Palmyra zu den teuersten Gütern. Im Zollgesetz von Ephesos sind sie Gegenstand mehrerer Sonderregelungen, worin § 41 der Exportzoll deutlich niedriger angesetzt wird als der Importzoll.<sup>410</sup> Bean hat den Text in der Lücke am Beginn der Z. 7 schwerlich richtig rekonstruiert: λήψονται | [τέλος, ὥστε τὸ ἐξαγωγή]ον διδόνθαι κατὰ τὸν δημοσιωνικὸν νόμον. Einen mit ὥστε + Infinitiv konstruierten Konsekutivsatz, der eine bloß mögliche oder gedachte Folge ausdrückt, erwartet man hier nicht, und im übrigen wäre ein solcher Nachsatz redundant, da es sich ja im Falle von ἀπαγόμενα δουλικά σώματα nur um Exportzoll (ἐξαγωγήιον) handeln kann. Ich denke eher an einen Ausdruck, der auf den im Gesetz geregelten Sondertarif hinweist, also etwa [τέλος ὅσον ἐστὶν ὠρισμέν]ον διδόνθαι κατὰ τὸν δημοσιωνικὸν νόμον.

(2) Hier wird ein Artikel angeführt, für den die generelle Einfuhrvergünstigung nicht gilt. Nun sind Ausnahmen ja schon von der Generalklausel πάντων τῶν διωρισμένων ἐν τῷ δημοσιωνικῷ νόμῳ abgedeckt (A12). Es scheint demnach, analog zur Warenkategorie Sklaven, die Bewandnis darin zu liegen, daß auch dieser Artikel mit einem Sondertarif besteuert wurde.<sup>411</sup> Jedenfalls war und bleibt die Erhebung eine vom Hafenzoll (*ellimnion*) getrennte Pacht im Besitz eines einzelnen Pächters. Was die Einfuhr von Salz betrifft, so hat Bean darauf hingewiesen, daß dieser Artikel für die Fischindustrie in Kaunos von herausragender Bedeutung war.<sup>412</sup>

<sup>410</sup> §§ 3, 41, 51. Vgl. Engelmann – Knibbe zu § 3 der Zollinschrift von Ephesos, Epigr Anat 14, 1989, 44 f.; Knibbe, ÖJh 69, 2000, 167 zu § 41. Für Palmyra vgl. Matthews, JRS 74, 1984, 175. S. auch Schäfer, ZPE 86, 1991, 193 ff. In den Papyri BGU III Nr. 912 f. geht es um Verkauf und Ausfuhr einer lykischen Sklavin aus Myra.

<sup>411</sup> Eine Parallele dazu gibt die Bemessung von Pech und Harz in Abschnitt F.

<sup>412</sup> Bean, JHS 74, 1954, 101. Verweis auf *sal Caunites* (Plinius, Nat. XXXI 45 (99) = Testimonium [98] mit Literaturangabe); vgl.

45	1	[δδδδς κβ] Ποσειδῶνος·
	W	εἰ δέ [κ]ε [τ]έ[σ]αρα τέσσαρες ὦ[σι] και εἷς δὲ ἐξείτης <sup>310</sup>
	2	[εἰ]ς πέλαγος [σ]πέρμ[α] βαλεῖν και γράμματα γράψαι
	3	[ἀ]μφοτέρ[ο]ς μ[ό]χθος τε κενός [κ]α[ι] πρᾶξις ἄ[πρα]κτος·
	4	[μ]ηδὲ βιάζου θνητ[ό]ς <sup>311</sup> ἔων θεόν, [δ]ς ἔτι βλάψει.
46	1	δγγς [κβ] Ἄρεως Θουρίου·
	W	[τέσσαρ]α <sup>312</sup> κ[αἰ] δύο τρε[ῖ]ς, δύο δὲ ἐξεῖται, τάδε αὐδ[ᾶ·]
	2	μη βαῖν', ἦν μέλλεις, ξένε· τήνδε γάρ [ο]ὔδε[ι]ς.
	3	α[ἴ]θων ἐσχώρησε λέων <sup>313</sup> μέγας, ὃν πε[φ]ύλαξο·
	4	[δ]εινός, ἄπρ[α]κτος ὁ χρησμός· ἐπ' ἡσυχί[η]ς ἀνάμε[ι]νον.]
47	1	αζς[δ] κγ Ἄ[θ]ηνας·
	W	εἷς χεῖος, τρεῖς δὲ ἐξεῖται και τέσσαρ' ὁ π[έ]μ[π]τος[ς·]
	2	Παλλάδ' [Α]θηναίην τε[ί]μα· και πάντα σοι ἔσ[τ]αι,
	3	[δ]σσα θέλεις, και σ[ο]ι τὰ δεδογμένα πάντα τελεί[ται·]
	4	λ[ύ]σει δ' ἐκ δεσ[μῶ]ν και τὸν νοσέοντα δὲ σώσει.
48	1	ςδδγ κγ Εὐφροσύνης·
	W	[εἰ] δύο δ' ἐξεῖται, δύο τέσσαρα και τρεῖς ὁ πέντος <sup>314</sup>
	2	στέλλε, <sup>315</sup> ὅπου σὺ <sup>316</sup> [έ]τοῖμος· πά[λ]ι γὰρ δόμον ἤξεις
	3	εὐρών και πράξας κ(vac.)ατὰ νοῦν πάντ[ω]ν τε κρατή[σεις,]
	4	εὐφ[ρο]σύνη τ[ι] ὦ[ν]εῖσθαι πωλεῖν τε κ[α]ι [ο]ὔτως.
49	1	[ς]ςγγ κδ [Α]πόλλωνος Πυθί[ο]·
	W	ἐξεῖται τρ[ε]ῖς πείπτοντες, τρεῖοι δὲ δύο', ὄδ' α[ὐ]δᾶ <sup>317</sup>
	2	[μί]μνειν μη πράξης· Φ[ο]ίβου χρησιμοῖσι δὲ πείθου·
	3	ἐν χρόνῳ καιρ[ό]ν τηρεῖν· νῦν δ' ἡσυχος ἴσθι·
	4	μεικρὸν ἐπισχῶν τελ[έ]ς[εις] πάνθ', ὅσα μεριμνᾷς.
50	1	δδδς κδ Κρόνου τεκνοφάγου·
	W	τέσσαρα τρεῖς, δύο δ' ἐξεῖται, τάδε σοι θεὸς αὐδᾶ·
	2	μίμνε δόμων ἐπι σῶν πάλι μηδ' ἄλλοθι βαίγων,
	3	μή σοι θήρ ὀλοὸς και ἀλάστωρ ἐνγύθειν ἔλθι·
	4	οὐ γὰρ ὀρῶ πρᾶξιν τήνδ' ἀσφαλήν οὐδὲ [β]έβαιο[ν.]
51	1	δςςγ κε Μηγὸς φωσφόρου·
	W	[τ]έσσαρα δ' εἷ<ς> πείπτων, τρεῖς δὲ ἐξίται, τρί' ὁ πέμπτος·
	2	[θά]ρσει καιρὸν ἔχεις· πράξεις, ἂ θέ[λ]εις· καιρ[οῦ] τ]ε ἐπιτεψ[έ]ξη[ι]

<sup>310</sup> Nollé; Kalinka las: ἦν [π]ε[ι]τ[ω]σιν] τέσσαρ' ἔσω?, και εἷς δὲ ἐξείτης.

<sup>311</sup> Kalinka schlug vor, ἀλι[τ]ρ[ό]ς zu lesen. Die von ihm gezeichneten Buchstabenspuren lassen sich gut mit dem auch sonst überlieferten θνητός vereinbaren.

<sup>312</sup> Kalinka wollte [τέσσαρ]ες lesen, doch reichen die erhaltenen Spuren nicht aus, um diese metrisch anstößige Form zwingend zu unterstellen. Auch in diesem Orakel dürfte – wie in den anderen Traditionen der Koine-Fassung – [τέσσαρ]α gestanden haben.

<sup>313</sup> Nollé; Kalinka schrieb: λέων? ἐσχώρησεν ἔων μέγας. Vgl. dazu auch Graf, Rolling, 57 Anm. 27.

<sup>314</sup> Für den Ausfall des π in πέμπτος vgl. Gignac, Grammar I, 64.

<sup>315</sup> Kalinka ediert φροῦθε?

<sup>316</sup> Das Ypsilon ist in das dreistrich-eckige Sigma hineingeschrieben; offensichtlich hatte der Steinmetz es vergessen.

<sup>317</sup> Kalinka edierte am Ende: τρεῖοι δὲ δύο <τ>ά[δ'] ἔσ[τ]ι.

Denken der Zeit sind die Nekrologe Ammians,<sup>207</sup> in denen er die guten und die schlechten Seiten der Kaiser einander gegenüberstellt. Das Herrscherideal ist dabei abgestimmt auf Gerechtigkeit, Milde, Fürsorge und die überlieferten Kardinaltugenden. Sie wurden den Kaisern durch die Panegyriker nahegebracht.

Als System war das christliche Kaisertum der Spätantike auf der Höhe der Zeit. Es hat darüber hinaus das Modell für die europäischen Monarchien des Mittelalters und der Neuzeit abgegeben. Die byzantinischen und deutschen Kaiser, die römischen Päpste und die italienischen Stadtherren haben nach spätantikem Vorbild regiert. Im Zeitalter des Absolutismus ist es zum letzten Male kopiert worden. Treffend bemerkte Châteaubriand (1831, 113) über Constantin: er sei der *véritable fondateur de la royauté moderne*.

## b) Der Hof

*Quellen:* Unser Wissen über den Hof des spätrömischen Kaisers stammt einesteils aus der Historiographie, andererseits aus den Rechtsquellen. Unter ihnen stehen voran die ‚Notitia Dignitatum‘ und die Gesetze des ‚Codex Theodosianus‘. Die bezeugten Inhaber der Hofämter sind aufgelistet in den Fasten der PLRE. I 1041 ff; II 1242 ff; III B 1457 ff. Sie sind nach Ämtern und innerhalb dieser chronologisch geordnet. Weiteres findet sich bei Lydos ‚De magistratibus‘ und im Zeremonienbuch von Constantinus Porphyrogenitus. Cassiodor (var. VI) überliefert Ernennungsformulare von Hofbeamten.

Die Kaiser der Spätantike residierten nur noch ausnahmsweise in Rom. Die militärischen und ökonomischen Verhältnisse erforderten die Gegenwart des Herrschers an wechselnden Brennpunkten und damit eine Dezentralisierung der Residenz. Rom behielt zwar seinen ideologischen Ehrenrang (s. III 4 a), verlor aber seine administrative Bedeutung als Kaisersitz. Während des 4. Jahrhunderts war der Herrscher zumeist unterwegs, begleitet von seiner Garde und einer Wagenkolonne mit den Akten und dem Geld.<sup>1</sup> Erst die Söhne des Theodosius wurden wieder selbsthaft, denn die Kriegsführung lag nun bei den Heermeistern. Arcadius und seine Nachfolger saßen in Konstantinopel, das sie nicht verlassen konnten, ohne dort eine Usurpation zu befürchten. Honorius wählte Ende 402 Ravenna zur Residenz, doch kehrte Valentinian III Anfang 440 nach Rom zurück. Zahlreiche Städte besaßen einen Palast (*palatium, aula palatina, regia, templum, domus sacra divina aeternalis, βασιλεία*),<sup>2</sup> so Trier,<sup>3</sup> Köln,<sup>4</sup> Paris,<sup>5</sup> Corduba,<sup>6</sup> Mailand,<sup>7</sup> Aquileia<sup>8</sup> und Ravenna<sup>9</sup>

<sup>207</sup> Ammians Nekrologe: Gallus: XIV 11, 27 f; Constantius: XXI 16; Julian: XXV 3,23; XXV 4; Jovian: XXV 10,14–17; Valentinian: XXX 7–10; Valens: XXXI 14.

<sup>1</sup> Halfmann 1986.

<sup>2</sup> Ewig 1976; Millar 1977, 40 ff; Delmaire 1995; B. Brenk 1996, 67 ff; 2003, 129 ff; N. Duval in: Paschoud/Szidat 1997, 127 ff; Winterling 1998; Mayer 2002; Hesberg in: Boschung/Eck 2006, 133 ff.

<sup>3</sup> Cüppers in: ‚Trier, Kaiserresidenz und Bischofsstadt‘ 1984, 68 ff; Heinen 1985; ders. 1996; ders. 2003; Anton 1994.

<sup>4</sup> Amm. XV 5,31; Doppelfeld 1958.

<sup>5</sup> Julian 340 CD; Amm. XX 4,19. Lutèce – Paris de César à Clovis, 1984.

<sup>6</sup> Die Ausgrabungen im eingemeindeten Cercadilla sind seit 1991 im Gang, es gibt noch keine Monographie.

<sup>7</sup> Amm. XV 1,2; 5,18; Sulp. Sev. chron. 39,4; Soz. IV 9,6. Storia di Milano 1953 f; Duval in: Aquileia e Milano 1973, 151 ff.

<sup>8</sup> Paneg. VII 6,2. Cracco-Ruggini 1987; Heijmans 1999; Rieß 2001.

<sup>9</sup> Deichmann 1969 ff; Tjäder 1955 u. 1982.

Ausstrahlung und sein einmaliges Flair begründet.<sup>46</sup> Die grundsätzliche Konfliktlosigkeit in der textlichen Präsentation Odessas wird zusätzlich durch die musikalische Gestaltung unterstrichen. Der mäßig schnelle Walzer im Mollton ähnelt den vielen ästhetisch gleich gefahr-, aber auch spannungslosen Stücken der sowjetischen Nachkriegsunterhaltung.

У черного моря

Есть город, который я вижу во сне,  
О, если б вы знали, как дорог  
У черного моря открывшийся мне  
В цветущих акациях город,  
У черного моря!

Есть море, в котором я плыл и тонул,  
И на берег вытащен, к счастью.  
Есть воздух, который я в детстве вдохнул  
И вдоволь не мог надышаться,  
У черного моря.

Вовек не забуду бульвар и маяк,  
Огни пароходов живые,  
Скамейку, где мне дорогая моя  
В глазу посмотрела впервые,  
У черного моря.

---

<sup>46</sup> Es stellt sich angesichts der völlig veränderten Repräsentation Odessas in der Nachkriegszeit die Frage, inwieweit dies nicht auch eine Folge des nationalsozialistischen Genozids an den europäischen und damit auch sowjetischen und Odessaer Juden war; zu den Schreckenstaten der rumänischen und deutschen Besatzer in der Stadt siehe Vera M. Inber, Odessa, in: Ilya Ehrenburg, Vasily Grossman, *The Complete Black Book of Russian Jewry*, New Brunswick, N.J., London 2002, 55–65. Die Bevölkerung der Schwarzmeermetropole wies nach 1945 eine andere ethnische Zusammensetzung als in der Vorkriegszeit auf und die sich neu niederlassenden Juden hatten oft keine Beziehungen mehr zum Odessa der Vorkriegszeit. Trotz des eindeutigen historisch-demographischen Befundes scheint sich der Wandel des populären Odessa-Bildes aber nur sehr bedingt auf die geänderte Einwohnerstruktur zurückführen zu lassen: Dagegen spricht zum einen, daß sich diese Veränderungen in der Repräsentation Odessas bereits in der dreißiger Jahren, also vor der Vernichtung des „alten“ Odessaer Judentums, vollzogen. Zum anderen betraten in der Populärmusik zwischen 1960 und 1980 die „Nachkommen“ der odessitischen Ganoven der zwanziger Jahre die Bühne (vgl. Anm. 50), obwohl sich die Bevölkerung von Odessa markant verändert hatte. Beide Entwicklungen weisen darauf hin, daß nicht ethno- und sozialhistorische Verschiebungen als auslösende Faktoren für den Bedeutungswandel der Stadt gelten können, sondern daß deren Ursachen in der sowjetischen Kulturpolitik zu suchen sind.

Ist aber das *Seitenverhältnis* bekannt (zwei Seiten gegeben), errechnen Sie den Winkel über die Arcusfunktionen: z.B.:

Gegeben ist  $a = 5 \text{ cm}$  und  $b = 8,66 \text{ cm}$ . Wie groß ist  $\alpha$ ?

Da die beiden Katheten gegeben sind, ist die Tangensfunktion einzusetzen mit Gegenkathete zu Ankathete:

$$\tan \alpha = a/b = \frac{5 \text{ cm}}{8,66 \text{ cm}} = 0,5774;$$

Da  $\arctan 0,5774 = 30$ , ist  $\alpha = 30^\circ$ .

Am Taschenrechner tippen: 5; div; 8,66; =; SHIFT<sup>12</sup>; tan. Ergebnis: 30 (Grad).

Auf diese Weise erhalten Sie aus allen drei Winkelfunktionen (Sinus, Kosinus und Tangens) sehr schnell und einfach den zugehörigen Winkel.



### 5.1.6 Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen

So wie die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks und die beiden spitzen Winkel in einem ganz festen funktionalen Zusammenhang miteinander stehen, so sind auch die Winkelfunktionen selbst miteinander verknüpft. Kennen wir diese Zusammenhänge, dann können wir auch direkt die eine Funktion durch eine andere, uns vielleicht bekannte bzw. bestimmbare, ersetzen.

Aus Gl.(5.2) und Gl.(5.3) erhalten wir weitere Möglichkeiten, mit denen wir uns bei der für uns wichtigen Berechnung von rechtwinkligen Dreiecken gut helfen können. Dies erfolgt, indem wir für  $\alpha$  und  $\beta$  die jeweils gleichen Seitenverhältnisse betrachten:

$$\left. \begin{array}{l} a) \sin \alpha = a/c \quad \text{und} \quad \cos \beta = a/c \quad \Rightarrow \quad \underline{\sin \alpha = \cos \beta.} \\ b) \cos \alpha = b/c \quad \text{und} \quad \sin \beta = b/c \quad \Rightarrow \quad \underline{\cos \alpha = \sin \beta.} \\ c) \tan \alpha = a/b \quad \text{und} \quad \tan \beta = b/a \quad \Rightarrow \quad \underline{\tan \alpha = 1/\tan \beta.} \end{array} \right\} \quad (5.5)$$

Die Beziehung  $\sin \alpha = \cos \beta$  spielt bei uns künftig eine große Rolle. Sie geht auch sofort aus unserem durch die Diagonale geteilten Rechteck hervor, bei dem sich ja  $\alpha$  des unteren und  $\beta$  des oberen Dreiecks zu  $90^\circ$  ergänzen. Nehmen Sie die untere linke Ecke:  $a$  ist für  $\alpha$  die Gegenkathete, die andere Seite  $a$  des Rechtecks ist aber für den darüberliegenden Winkel  $\beta$  die Ankathete!

Nehmen wir noch Gl.(5.1) hinzu, wonach  $\beta = 90^\circ - \alpha$  ist und setzen dies zunächst in Gl.(5.5) ein, so erhalten wir:

$$\left. \begin{array}{l} a) \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha. \\ b) \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha. \\ c) \tan(90^\circ - \alpha) = 1/\tan \alpha. \end{array} \right\} \quad (5.6)$$

Nehmen wir noch Gl.(5.2) hinzu:

$$\begin{array}{l} \sin \alpha = \frac{a}{c} \\ \text{und: } \cos \alpha = \frac{b}{c} \\ \text{also: } \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{a/c}{b/c} = \frac{a}{b} \end{array}$$

<sup>12</sup> Beachten Sie, wie auf Ihrem Taschenrechner die Umkehrfunktionen eingetippt werden müssen!

unseres Kometen. Hier sieht man doch sehr deutlich, welchen Einfluss  $e$  und damit die Form der Ellipse auf die Änderung der Bahngeschwindigkeit zwischen Perihel und Aphel ausübt.

### 14.1.5 Die mittlere Bahngeschwindigkeit

Wir wollen nun aus den beiden bekannten Extremwerten  $v_{Ph}$  und  $v_{Ah}$  die (uns ausnahmsweise ebenfalls aus Beispiel 14b bekannte) mittlere Bahngeschwindigkeit bestimmen, um herauszufinden, wie das geht. Versuchen wir es also zunächst ganz einfach über die Ergebnisse des vorigen Beispiels. Dafür benötigen wir eine Gleichung, mit der wir einen Mittelwert aus den beiden Extremwerten bestimmen können. Bekannt ist Ihnen sicher das arithmetische Mittel:  $MW_a = (a + b)/2$ . Versuchen wir es damit, denn das Ergebnis kennen wir diesmal schon. Es müsste herauskommen:  $v_m = 15,5977 \text{ km/s}$ .

$$MW_a = (54,7773 \text{ km/s} + 4,4414 \text{ km/s})/2 = 29,6094 \text{ km/s}.$$

Das stimmt also nicht. Versuchen wir es mit dem geometrischen Mittel, also der Wurzel aus dem Produkt der beiden gegebenen Werte:  $MW_g = \sqrt{a \cdot b}$ :

$$MW_g = \sqrt{54,7773 \text{ km/s} \cdot 4,4414 \text{ km/s}} = \underline{15,5977 \text{ km/s}}.$$

Das allerdings stimmt genau mit dem Wert überein, von dem wir ausgegangen sind! Wir können deshalb davon ausgehen, dass dies auch bei allen anderen Ellipsen stimmen wird (was auch tatsächlich der Fall ist):

Die *mittlere Bahngeschwindigkeit* ist das *geometrische* Mittel zwischen den beiden Extremgeschwindigkeiten im Perihel und im Aphel:

$$v_m = \sqrt{v_{Ph} \cdot v_{Ah}}. \tag{14.7}$$

Schreiben wir diese Gleichung umgekehrt und dividieren sie durch  $v_m$ , so erhalten wir:

$$\sqrt{\frac{v_{Ph} \cdot v_{Ah}}{v_m^2}} = 1,$$

$$\sqrt{\frac{v_{Ph}}{v_m} \cdot \frac{v_{Ah}}{v_m}} = 1.$$

Setzen wir hierfür wieder Gl. (14.1) und Gl. (14.2) ein, so wird dies zunächst ein etwas umständlicher Ausdruck, den wir aber gleich noch vereinfachen können:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{1-e^2}}{1-e} \cdot \frac{\sqrt{1-e^2}}{1+e}} = 1.$$

Da über dem gemeinsamen Bruchstrich das Produkt zweier gleichen Wurzeln steht, können wir (mit  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a!$ ) dafür auch vereinfachend schreiben:

$$\sqrt{\frac{1-e^2}{(1-e)(1+e)}} = 1.$$

Da aber  $(1-e)(1+e) = 1-e^2$  ist, wird das Ergebnis gleich  $\sqrt{1} = 1!$  Damit ist nachgewiesen, dass die mittlere Bahngeschwindigkeit tatsächlich gleich dem geometrischen Mittel der beiden Extremgeschwindigkeiten ist.

